

Рис. 4. Геометрия зеркального отражения от ЛА в условиях многолучевости

Эти кривые можно получить и путем измерений при испытательных облетах РЛС. Полученные калибровочные кривые, или соответствующие таблицы значений x и y , могут использоваться для сравнения с результатами расчетов на ЭВМ или непосредственно с показателями на индикаторе РЛС. В этом случае измерения комплексной оценки угла дают некоторую точку на калибровочной кривой, а величина $\theta_{ц}$, соответствующая этой точке, является углом места цели (если, конечно, нет шумов или других источников ошибок).

Метод измерения угла места, основанный на использовании комплексной оценки угла места, не требует изменения структуры антенной системы. Измерение комплексной оценки угла может быть просто режимом работы РЛС.

Библиографический список

1. *Леонов А. И.* Моноимпульсная радиолокация. М.: Радиосвязь, 1984.
2. *Sherman S. M., Barton D. K.* Monopulse Principles and Techniques, Artech House, 2011.
3. *Сухотерин В. Д.* Уменьшение влияния многолучевого рассеяния при обработке сигналов в моноимпульсном посадочном радиолокаторе // Труды X ОНПК «Инновационные технологии и технические средства специального назначения». СПб: БГТУ «Военмех», 2018. С. 410 – 413.
4. *Сколник М. И.* Справочник по радиолокации. Книга 1. М.: Техносфера, 2014.
5. *Barton D. K.* Radar System Analysis and Modeling, Artech House, 2005.

УДК 621.396.969

О ВЛИЯНИИ ТОЧНОСТИ НАВИГАЦИОННЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ НА БЕЗОПАСНОСТЬ ПОЛЕТОВ ПИЛОТИРУЕМЫХ И БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В. А. Завьялов, А. М. Максимов, С. Г. Петухов, В. А. Сеницын

*АО «Всероссийский научно-исследовательский институт радиоаппаратуры»
Балтийский государственный технический университет «Военмех» им. Д. Ф. Устинова*

Точность средств радионавигации выражается статистической мерой погрешности системы и указывается как:

1. прогнозируемая – точность местоположения летательного аппарата (ЛА) относительно земных географических или геодезических координат;

2. повторяемая – точность, с которой пользователь может возвратиться в местоположение, координаты которого были измерены в предшествующий момент времени той же навигационной системой;

3. относительная – точность, с которой пользователь может определить одно местоположение относительно другого местоположения независимо от любой погрешности определения соответствующих истинных местоположений. Точность выдерживания траектории представляет собой сочетание погрешности навигационной системы, погрешности программирования и погрешности системы пилотирования. Под суммарной ошибкой самолетовождения (Total System Error – *TSE*) для маршрутов *RNP* согласно материалам ИКАО [1] подразумевается сумма трех составляющих:

$$TSE = PEE + PDE + FTE, \quad (1)$$

где *PEE* – ошибка измерения координат (Position Estimation Error), *PDE* – ошибки программирования маршрута (Path Definition Error), *FTE* – ошибка пилотирования (Flight Technical Error).

Для посадки по заданной траектории можно принять $PDE = 0$. Тогда,

$$TSE = PEE + FTE. \quad (2)$$

Уточним предложенный критерий (2).

Процесс управления движением ЛА является частным случаем процессов управления в стохастических динамических системах с достаточной степенью общности описываемых следующей структурной схемой (Рисунок 1):

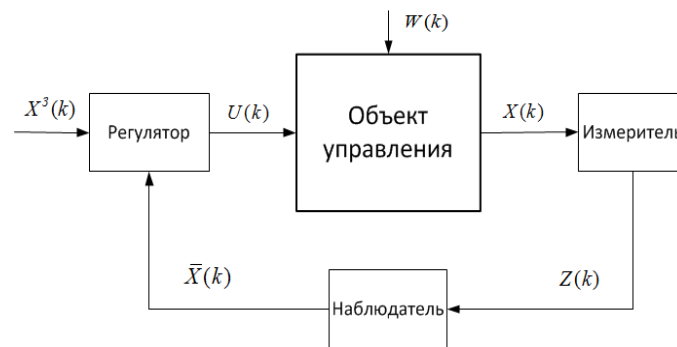


Рис. 1. Процесс управления в стохастических системах. Общий случай

Она включает в себя объект управления (ЛА), измеритель (набор навигационных и пилотажных датчиков), наблюдатель (навигационно-пилотажный комплекс вырабатывающий текущие оценки переменных, описывающих состояния ЛА), и регулятор (систему управления). Такие системы в общем случае принадлежат к классу нелинейных систем управления. Их математическая модель может быть описана в терминах пространства состояний. При этом состояние системы задается в некотором пространстве вектором состояния $X(k)$. Уравнение состояния системы может быть представлено в виде дифференциальных уравнений первого порядка, получаемых на основе разложения соответствующего дифференциального уравнения. Ввиду нелинейного характера рассматриваемой динамической системы точное аналитическое определение ошибки управления не представляется возможным. Решение возможно лишь для линеаризованной модели, схема которой представлена на рис. 2.

Динамика системы и связь вектора состояний с измеряемыми параметрами описываются уравнениями:

$$X(k+1) = \Phi X(k) + BU(k) + W(k) \quad (3)$$

$$Z(k) = Y(k) + \omega(k) = HX(k) + \omega(k), \quad (4)$$

где Φ – переходная матрица системы, описывающая эволюцию во времени вектора состояния системы, устанавливающая взаимосвязь между НП, например, между координатами ЛА и составляющими его скорости; B – переходная матрица, устанавливающая зависимость компонент вектора состояния от управления $U(k)$; H – матрица наблюдений, устанавливающая взаимосвязь между компонентами векторов наблюдения и состояния.

При принятых выше линеаризованных моделях системы управления перемещением ЛА и уравнения наблюдения вследствие большого числа факторов, вызывающих отклонение доставляемых измерителем значений навигационных параметров от их истинных значений, и большого числа источников внешних воздействий на ЛА, в соответствии с центральной предельной теоремой теории вероятностей, процессы, описывающие неизвестные случайные воздействия на объект и погрешности измерений, могут считаться нормальными со средними $E[W(k)] = 0$, $E[\omega(k)] = 0$ и ковариационными матрицами $Q(k) = E[W(k)W^T(l)] \delta_{k,l}$, $R(k) = E[\omega(k)\omega^T(l)] \delta_{k,l}$.

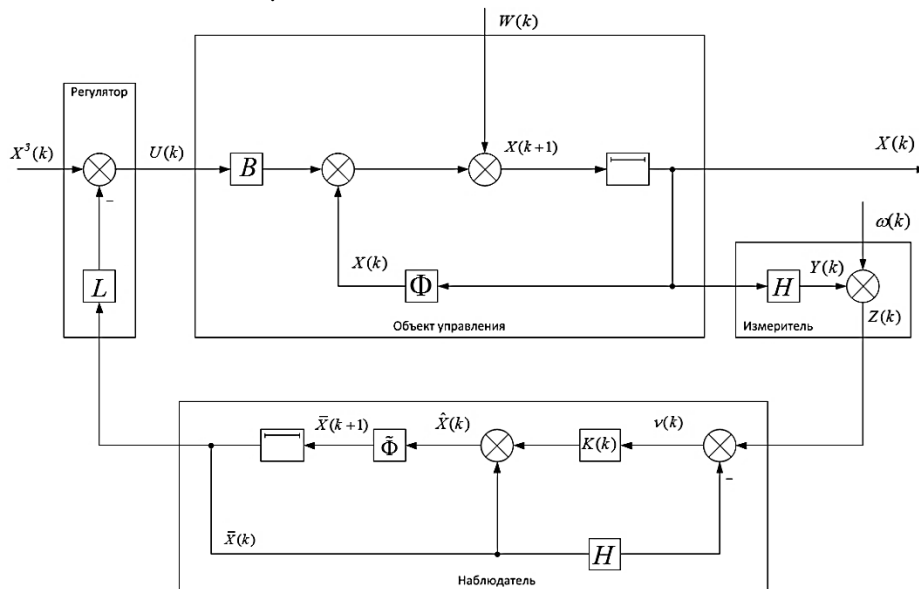


Рис. 2. Процесс управления в стохастических системах. Линейная модель

Управление системой основывается на использовании оценки вектора состояния системы $\bar{X}(k)$ и описывается уравнением

$$U(k) = X^s(k) - L\bar{X}(k), \quad (5)$$

где $X^s(k)$ – заданная (желательная) фазовая траектория движения системы.

Наблюдатель, построенный по схеме предиктор-корректор, вырабатывает априорную и апостериорную оценки вектора состояния:

$$\bar{X}(k+1) = \Phi\bar{X}(k) + BU(k) \quad (6)$$

$$\hat{X}(k) = \bar{X}(k) + K(k)(Z(k) - H\bar{X}(k)), \quad (7)$$

где $K(k)$ – матричный коэффициент усиления.

Из выражений (6) – (7) получаем:

$$\bar{X}(k+1) = \Phi \bar{X}(k) + \Phi K(k) Z(k) - \Phi K(k) \cdot H \bar{X}(k) + B X^3(k) - B L \bar{X}(k). \quad (8)$$

Ошибка априорной оценки вектора состояния запишется:

$$\bar{\varepsilon}(k+1) = \Phi(I - K(k)H) \bar{\varepsilon}(k) + W(k). \quad (9)$$

Отклонение истинной фазовой траектории системы запишется как:

$$\varepsilon^3(k+1) = (\Phi - B(L-I)) X^3(k) - X^3(k+1) + W(k). \quad (10)$$

В матричной форме уравнения ошибок запишутся:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon^3(k+1) \\ \bar{\varepsilon}(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi - BL & BL \\ 0 & \Phi(I - K(k)H) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^3(k) \\ \bar{\varepsilon}(k) \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} -I & \Phi - B(L-I) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^3(k+1) \\ X^3(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I & 0 \\ I & -\Phi K(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W(k) \\ \omega(k) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Из анализа уравнения (11) можно сделать следующие выводы:

- ошибка априорной оценки вектора состояния не зависит от ошибки выдерживания заданной траектории и свойства наблюдателя инвариантны к закону управления, реализованному в регуляторе;

- ошибка выдерживания заданной траектории на шаге $k+1$ зависит от ошибки априорной оценки вектора состояния на шаге k и не зависит от ее значения на шаге $k+1$.

Исходя из этих соображений можно получить уравнение для ковариационных матриц

$$\text{ошибок } T(k) = E \left[\varepsilon^3(k) (\varepsilon^3(k))^T \right]; M(k) = E \left[\bar{\varepsilon}(k) \bar{\varepsilon}^T(k) \right]:$$

$$\begin{pmatrix} T(k+1) \\ M(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi - BL & BL \\ 0 & \Phi(I - K(k)H) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T(k) & 0 \\ 0 & M(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi - BL & BL \\ 0 & \Phi(I - K(k)H) \end{pmatrix}^T + \\ + \begin{pmatrix} I & 0 \\ I & -\Phi K(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q(k) & 0 \\ 0 & R(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ I & -\Phi K(k) \end{pmatrix}^T. \quad (12)$$

Следует отметить, что выражение (12) точно описывает эволюцию ковариационных матриц ошибок при точном совпадении переходной матрицы самого объекта Φ и аналогичной матрицы модели объекта в наблюдателе. Получим уравнения для ковариационной матрицы

ошибки априорной оценки, вырабатываем наблюдателем, синтезированным на основании

фильтра Калмана (ΦK) с переходной матрицей $\tilde{\Phi}$, отличающейся от истинной переходной

матрицы на величину погрешности: $\Delta\Phi = \Phi - \tilde{\Phi}$. Ковариационные матрицы, шумов $W(k)$

и $\omega(k)$, обозначаемые в дальнейшем соответственно, $Q(k)$ и $R(k)$ при синтезе наблюдателя

точно не известны и, как правило, отличаются от своих истинных значений. Предполагаемые модели динамики системы и наблюдений запишутся:

$$\tilde{X}(k+1) = \tilde{\Phi} \tilde{X}(k) + \tilde{W}(k), \quad (13)$$

$$Z(k) = H \tilde{X}(k) + \tilde{\omega}(k).$$

Тогда наблюдатель на основе фильтра Калмана будет иметь вид:

Алгоритм фильтрации для предполагаемых параметров:

$$\hat{X}(k) = \bar{X} + \tilde{K}(k) (Z(k) - \tilde{H} \bar{X}(k)). \quad (14)$$

Алгоритм одношагового предсказания:

$$\bar{X}(k+1) = \tilde{\Phi} \hat{X}(k). \quad (15)$$

Вычисление коэффициента усиления:

$$\tilde{K}(k) = \tilde{M}(k)\tilde{H}^T (\tilde{H}\tilde{M}(k)\tilde{H}^T + \tilde{R})^{-1}. \quad (16)$$

Предполагаемая матрица ковариаций прогноза:

$$\tilde{M}(k+1) = \tilde{\Phi}\tilde{P}(k)\tilde{\Phi}^T + \tilde{Q}(k). \quad (17)$$

Предполагаемая матрица ковариаций оценки:

$$\tilde{P}(k) = [I - \tilde{K}(k)\tilde{H}] \tilde{M}(k). \quad (18)$$

Истинная ковариационная матрица ошибки апостериорной оценки:

$$P(k) = (I - \tilde{K}(k)H) \tilde{M}(k) (I - \tilde{K}(k)H)^T + \tilde{K}(k)\tilde{R}(k)\tilde{K}^T(k). \quad (19)$$

Истинная ковариационная матрица ошибки априорной оценки:

$$M(k+1) = \Phi P(k)\Phi^T + \Phi \hat{V}^x(k)\Phi^T + Q(k) + \Phi \hat{V}^c(k)\Phi^T + \Phi(\hat{V}^c(k))^T \Phi^T, \quad (20)$$

где введены обозначения: $\hat{V}^x(k) = E[X(k)X^T(k)]$, $\hat{V}^c(k) = E[\hat{X}(k)\hat{X}^T(k)]$.

$$\hat{V}^x(k+1) = \Phi \hat{V}^x(k)\Phi^T + Q(k). \quad (21)$$

Эволюция матрицы взаимной ковариации описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \hat{V}^c(k+1) = & (\Phi \hat{V}^c(k)\Phi^T + \Phi P(k)\Phi^T + Q(k))(I - H^T \tilde{K}^T(k+1)) + \\ & + \tilde{K}(k+1)HM(k+1) - \tilde{K}(k+1)(H(\Phi P(k)\Phi^T + \Phi \hat{V}^x(k)\Phi^T + \\ & + Q(k) + \Phi \hat{V}^c(k)\Phi^T + \Phi(\hat{V}^c(k))^T \Phi^T)H^T + \tilde{R}(k))\tilde{K}^T(k+1) \end{aligned} \quad (22)$$

Система рекуррентных уравнений (17), (19-22) описывает эволюцию истинной ковариационной матрицы погрешности ошибки априорной оценки. Если добавить к ней полученное из (12), выражение $T(k+1) = (\Phi - BL)T(k)(\Phi^T - L^T B^T) + BLM(k)L^T B^T + \tilde{Q}(k)$, можно получить значение ковариационной матрицы полной ошибки следования по заданной траектории.

Наличие матрицы взаимной корреляции $\hat{V}^c(k)$ говорит о том, что отклонение переходной матрицы системы и ковариационных матриц случайных воздействий и погрешностей измерений, заложенных при синтезе калмановского наблюдателя от их номинальных значений, приводят не только к увеличению коэффициентов ковариационной матрицы ошибок оценивания навигационных элементов полета, но и к возможному смещению оценки вектора состояния $X(k)$. Особое значение имеет результат, касающийся смещенности оценки вектора $X(k)$, так как в этом случае полная ковариационная матрица X существенно возрастает, что в итоге приводит к ухудшению характеристик безопасности посадки ЛА. Анализ результатов решения аналогичных задач показывает, что с увеличением отклонений принятых в модели матриц $\tilde{\Phi}$ от их номинальных значений, ошибки оценивания возрастают, а в некоторых случаях алгоритм оценивания навигационных элементов полета ЛА становится расходящимся.

Таким, образом, предложенный подход, по сравнению с традиционным, обеспечивает:

- более точный учет вклада каждой из составляющих ошибки (определения координат – PEE и пилотирования – FTE) в суммарную ошибку выдерживания заданной траектории TSE;
- возможность учета при построении «туннелей» не только координат местоположения самолета, но и других навигационных параметров, влияющих на безопасность полета.

Библиографический список

1. Бабуров В. И., Васильева Н. В., Иванцевич Н. В., Панов Э. А. Совместное использование навигационных полей спутниковых радионавигационных систем и сетей псевдоспутников. СПб: Агентство «РДК-Принт», 2005.